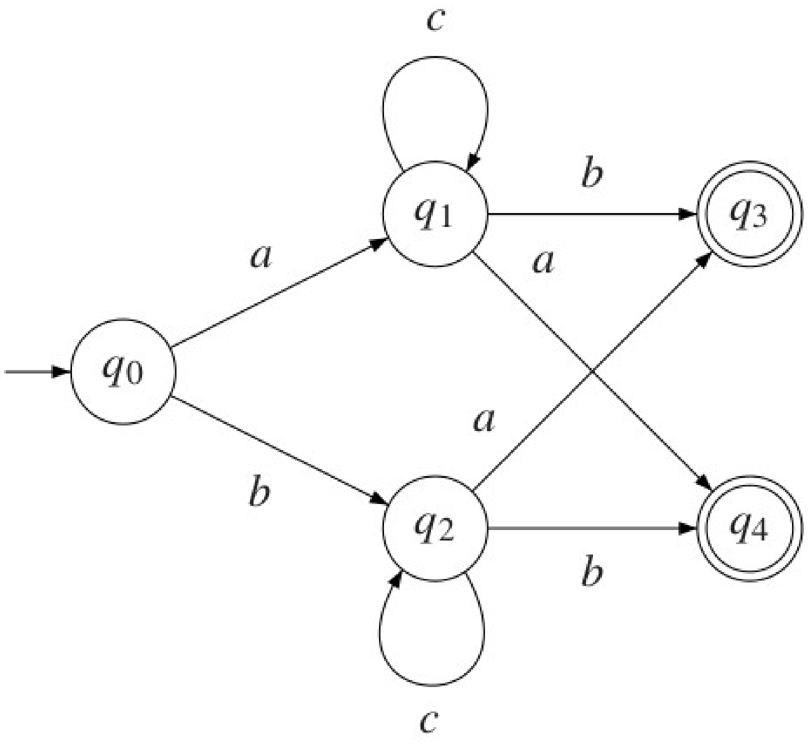
Minimização de Estados

Minimização de Estados

- O termo mínimo é empregado para designar um autômato finito que tenha o número mínimo possível de estados
- Existe um algoritmo que é capaz de transformar qualquer autômato finito em uma versão equivalente mínima
- O autômato finito mínimo é único para cada linguagem regular

Minimização de Estados

- Exemplo

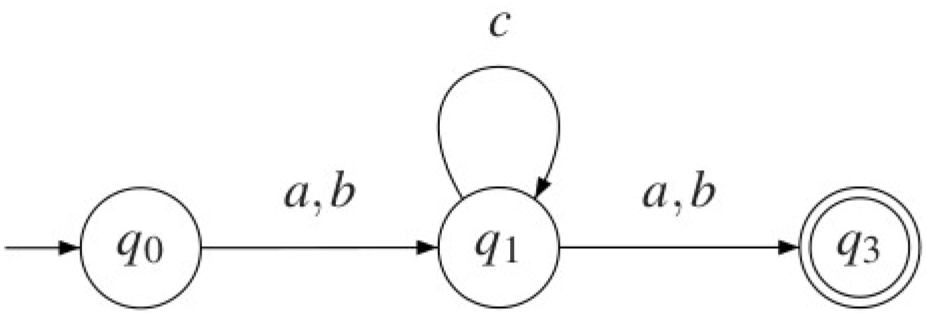


Minimização de Estados

- Uma rápida inspeção visual permite concluir que:
  - $L(q_0) = (a \mid b)c^*(a \mid b)$
  - $L(q_1) = c^*(a \mid b)$
  - $L(q_2) = c^*(a \mid b)$
  - $L(q_3) = \varepsilon$
  - $L(q_4) = \varepsilon$

Minimização de Estados

- Portanto, como L(q1) = L(q2) e L(q3) = L(q4), então q1 ≡ q2 e q3 ≡ q4 , e a versão mínima corresponde a:



Método

- 2 passos:
  - Eliminam-se do autômato as transições em vazio, os não-determinismos e os estados inacessíveis
  - Criam-se classes de equivalência com base no critério da coincidência do conjunto de entradas aceitas pelos possíveis pares de estados considerados

Método

- O algoritmo é baseado na análise exaustiva de todos os possíveis pares de estados
- Representar os pares na forma de uma matriz

	q_1	q_2	...	q_{n-1}	q_n
q_0	(q_0, q_1)	(q_0, q_2)	...	(q_0, q_{n-1})	(q_0, q_n)
q_1		(q_1, q_2)	...	(q_1, q_{n-1})	(q_1, q_n)
...				...	...
q_{n-2}				(q_{n-2}, q_{n-1})	(q_{n-2}, q_n)
q_{n-1}					(q_{n-1}, q_n)

Método

- Exemplo

	δ	a	b
$\rightarrow$	q_0	q_1	q_6
	q_1	q_2	q_3
$\leftarrow$	q_2	q_2	q_3
	q_3	q_4	q_2
$\leftarrow$	q_4	q_2	q_3
$\leftarrow$	q_5	q_4	q_5
	q_6	q_4	q_4

Método

- Estados finais

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
q_0						
q_1	-					
q_2	-	-				
q_3	-	-	-			
q_4	-	-	-	-		
q_5	-	-	-	-	-	

Método

- Equivalências
  - A notação $(q_i , q_j) \overset{\sigma}{\to} (q_m , q_n)$ é usada para indicar que as duas seguintes condições são simultaneamente verificadas

Método

$(q_0, q_1) \xrightarrow{a} (q_1, q_2) \ \not\equiv$

Como q_1 e q_2 não são equivalentes (ver Tabela 42), marca-se o par (q_0, q_1) como "$\not\equiv$" e torna-se desnecessária a análise das transições desses estados com a entrada b.

$(q_0, q_3) \xrightarrow{a} (q_1, q_4) \ \not\equiv$

Similar ao item acima. O par (q_0, q_3) é marcado como "$\not\equiv$".

$(q_1, q_3) \xrightarrow{a} (q_2, q_4)$?

$(q_1, q_3) \xrightarrow{b} (q_3, q_2) \ \not\equiv$

Apesar de ainda não se dispor de nenhuma informação sobre o par (q_2, q_4), o par (q_3, q_2) já foi determinado como sendo não-equivalente (ver tabela 42). Logo, marca-se o par (q_1, q_3) como "$\not\equiv$".

Método

$(q_0, q_6) \xrightarrow{a} (q_1, q_4) \ \neq$

Como q_1 e q_4 não são equivalentes (ver tabela 42), marca-se o par (q_0, q_6) como "$\neq$" e torna-se desnecessária a análise das transições desses estados com a entrada b.

$(q_1, q_6) \xrightarrow{a} (q_2, q_4)$?

$(q_1, q_6) \xrightarrow{b} (q_3, q_4) \ \neq$

Apesar de ainda não se dispor de nenhuma informação sobre o par (q_2, q_4), o par (q_3, q_4) já foi determinado como sendo não-equivalente (ver tabela 42). Logo, marca-se o par (q_1, q_6) como "$\neq$".

Método

$(q_3, q_6) \xrightarrow{a} (q_4, q_4) \ \equiv$
$(q_3, q_6) \xrightarrow{b} (q_2, q_4)$?

Neste caso, q_3 e q_6 transitam para o mesmo estado q_4 com a entrada a. Por outro lado, ainda não se dispõe de nenhuma informação sobre o par (q_2, q_4). Assim, a equivalência do par (q_3, q_6) fica condicionada à verificação da equivalência do par (q_2, q_4). O par (q_3, q_6) não recebe nenhuma marcação neste momento.

Método

$(q_2, q_4) \xrightarrow{a} (q_2, q_2) \ \equiv$

$(q_2, q_4) \xrightarrow{b} (q_3, q_3) \ \equiv$

Os estados q_2 e q_4 transitam com as mesmas entradas para estados idênticos (com a entrada a para q_2 e com a entrada b para q_3). Logo, esses estados são equivalentes e o par recebe a marcação "$\equiv$" na tabela. Além disso, conclui-se que o par (q_3, q_6) (ver item acima) é equivalente, e o mesmo deve ser marcado como "$\equiv$".

Método

$(q_2, q_5) \xrightarrow{a} (q_2, q_4) \ \equiv$

$(q_2, q_5) \xrightarrow{b} (q_3, q_5) \ \not\equiv$

Apesar de o par (q_2, q_4) ser equivalente (ver os dois itens anteriores), o par (q_3, q_5) já foi determinado como sendo não-equivalente (ver Tabela 42). Logo, marca-se o par (q_2, q_5) como "$\not\equiv$".

$(q_4, q_5) \xrightarrow{a} (q_2, q_4) \ \equiv$

$(q_4, q_5) \xrightarrow{b} (q_3, q_5) \ \not\equiv$

Similar ao item acima. O par (q_4, q_5) é marcado como "$\not\equiv$".

Método

- Resultado

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
q_0	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$
q_1	-	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$
q_2	-	-	$\neq$	$\equiv$	$\neq$	$\neq$
q_3	-	-	-	$\neq$	$\neq$	$\equiv$
q_4	-	-	-	-	$\neq$	$\neq$
q_5	-	-	-	-	-	$\neq$

Método

- As classes de equivalência desse autômato são: {q0}, {q1}, {q2, q4}, {q3, q6} e {q5}

	δ'	a	b
$\rightarrow$	$[q_0]$	$[q_1]$	$[q_3, q_6]$
	$[q_1]$	$[q_2, q_4]$	$[q_3, q_6]$
$\leftarrow$	$[q_2, q_4]$	$[q_2, q_4]$	$[q_3, q_6]$
	$[q_3, q_6]$	$[q_2, q_4]$	$[q_2, q_4]$
$\leftarrow$	$[q_5]$	$[q_2, q_4]$	$[q_5]$

Exercício

- Obter o autômato finito mínimo equivalente ao autômato ao lado.